

# CONJETURA DE GOLDBACH, PROPIEDAD HUIDIZA

FERNANDO REVILLA JIMÉNEZ

RESUMEN. Con el concepto de *propiedad huidiza* pretende Brouwer refutar el Principio del Tercio Excluido para conjuntos infinitos.

**Definición.** Se dice que una propiedad  $H(n)$  relativa a los números naturales es *propiedad huidiza* si y sólo si:

- (i) Para todo  $n \in \mathbb{N}$  se puede decidir si  $H(n)$  se verifica o no.
- (ii) No se conoce ningún método de calcular un número natural  $n$  tal que se verifique  $H(n)$ .
- (iii) No se sabe si es absurdo el aserto de que al menos un número natural  $n$  verifique  $H(n)$ .

**Nota.** Es claro que el carácter “huidizo” de una propiedad no es permanente en el tiempo pues se podría descubrir en un momento dado un número natural que tuviera dicha propiedad o bien demostrarse el absurdo de la existencia de un tal número natural.

**Ejemplo.** Para  $n = 1, 2, 3, \dots$  consideremos la propiedad

$$G(n) \equiv 2n + 2 \text{ es la suma de dos números primos}$$

El enunciado *para todo  $n$  se verifica  $G(n)$*  se conoce como la Conjetura de Goldbach y a día de hoy ni se ha demostrado ni se ha refutado desde que se dio a conocer en una carta de Goldbach a Euler en 1742.

Consideremos ahora la propiedad  $\neg G(n)$  a la que denotamos por  $H(n)$ . Es claro que  $H(n)$  es propiedad huidiza: dado un número natural  $n$  existe un algoritmo para decidir si se verifica o no  $H(n)$  y por lo ya comentado, también se verifican las condiciones (ii) y (iii).

Llamemos  $n_0$  (número crítico de  $H(n)$ ) al menor de los números naturales (hipotético) que verifica  $H(n)$ . Definimos ahora la sucesión  $(a_n)_{n \geq 1}$  de la siguiente manera

$$a_n = \begin{cases} (1/2)^n & \text{si } n < n_0 \\ (1/2)^{n_0} & \text{si } n \geq n_0. \end{cases}$$

Sea  $L = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ , entonces no se puede asegurar  $(L = 0) \vee (L \neq 0)$  pues si  $L = 0$  supondría haber decidido en el momento actual en infinitos procesos que la Conjetura de Goldbach es cierta lo cual es absurdo y si  $L \neq 0$  supondría una contradicción con (ii).

---

*Key words and phrases.* Conjetura de Goldbach, propiedad huidiza.

Más material en <http://www.fernandorevilla.es>

*Fernando Revilla Jiménez*. JEFE DEL DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS DEL IES SANTA TERESA DE JESÚS DE LA COMUNIDAD DE MADRID Y PROFESOR DE MÉTODOS MATEMÁTICOS DE LA UNIVERSIDAD ALFONSO X EL SABIO DE VILLANUEVA DE LA CAÑADA, MADRID (HASTA EL CURSO ACADÉMICO 2008-2009).

*E-mail address:* `frej0002@ficus.pntic.mec.es`