Foros de matemática

Matemática => - Otros - => Mensaje iniciado por: richipunk en 23/05/2008, 06:22:36 pm

Título: **Plano osculador**
Publicado por: **richipunk** en **23/05/2008, 06:22:36 pm**

Hola tengo el siguiente problema, la curva C està determinada por la intersecciòn de $y^2-2x+z=0$ con $x^2-y^2+z^2=1$ ¿Còmo hallo la ecuacion del plano osculador?

Título: **Re: Plano osculador**
Publicado por: **Fernando Revilla** en **24/05/2008, 04:17:17 pm**

Tomemos por ejemplo el punto de la curva $P_0(1,1,1)$. Usando el teorema de existencia de funciones implícitas, en un entorno de P_0 es facil demostrar que el sistema anterior define una curva de clase C^∞ de representación paramétrica, $x=t,\ y=y(t),\ z=z(t)$. Derivando respecto de t obtenemos:

$$\left\{\begin{array}{c} 2yy'-2+z'=0 \\ 2t-2yy'+2zz'=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} y'=\dfrac{2z+t}{2yz+y} \\ z'=\dfrac{2t+2}{2z+1} \end{array}\right.$$

Obtenemos $(x'(1),y'(1),z'(1)=(1,1,4/3)$. Halla ahora el vector derivada segunda $(x''(1),y''(1),z''(1))$ y la ecuación del plano osculador en P_0 es

$$\begin{vmatrix} x-1 & y-1 & z-1 \\ x'(1) & y'(1) & z'(1) \\ x''(1) & y''(1) & z''(1) \end{vmatrix}=0$$

Todo esto es generalizable para cualquier P_0 solución del sistema dado con tal que defina localmente una curva en un entorno de P_0 con vectores con vectores velocidad y aceleración, linealmente independientes.

Saludos.

Título: **Re: Plano osculador**
Publicado por: **Jabato** en **24/05/2008, 07:03:05 pm**

Puedes actuar de una forma más general y sencilla obteniendo las paramétricas de la curva:

$$y^2=2x-z \qquad\qquad x^2+z^2=1+y^2=1+2x-z$$

que combinadas para eliminar y de la ecuación dan:

$(x-1)^2+(z+1/2)^2=9/4$

y que puede parametrizarse como:

$x=1+\frac{3}{2}Cost \qquad z=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}Sent \qquad y^2=2x-z=\frac{3}{2}+3Cost-\frac{3}{2}Sent$

Una vez obtenida las paramétricas de la curva solo aplica la teoría, por ejemplo en la misma forma que lo hizo Phidias.

Saludos, Jabato.

Título: **Re: Plano osculador**
Publicado por: **Fernando Revilla** en **25/05/2008, 04:53:55 am**

Cita de: Jabato en 24/05/2008, 07:03:05 pm

> Puedes actuar de una forma más general y sencilla obteniendo las paramétricas de la curva:

Creo que te debes referir a que es una forma más general dentro de este problema en el sentido de que una vez conseguida la parametrización, la fórmula del plano osculador dada pemite hallarlo para t genérico.

Ahora bien, precisamente el que esa curva sea parametrizable en la forma que tú has dado, indica una **particularidad** de la curva: el poder dar unas fórmulas **explícitas** para x,y,z en función de t, cosa que casi nunca ocurre.

Para curvas que vienen expresadas como intersección de dos superficies, es precisamente el teorema de la función implícita el que hace irrelevante el no poder parametrizar.

En nuestro problema el el elegir por ejemplo el punto $P_0(1,1,1)$ no excluye generalidad, en el sentido de que para un $P_0(x_0,y_0,z_0)$ genérico del curva hubieramos obtenido $y'(x_0)=\dfrac{2z_0+x_0}{2y_0z_0+y_0}$, si el denominador es no nulo. Caso contrario se eligiría y o z como variables independientes. El concepto de plano osculador es local.

Saludos.

Título: **Re: Plano osculador**
Publicado por: **Jabato** en **25/05/2008, 05:15:18 am**

Bien, está claro que me refería al hecho de poder calcular el plano osculador en puntos distintos del (1,1,1), sin pretender por eso menospreciar lo que mostraste Phidias, de hecho puedes comprobar que me remití a lo expuesto por ti como aplicación de la teoría, unicamente expuse un método para obtener las paramétricas de la curva, ya que eso le planteaba algún problemilla a nuestro amigo. Solo eso.

Saludos, Jabato.

Título: **Re: Plano osculador**
Publicado por: **Fernando Revilla** en **25/05/2008, 06:02:33 am**

> Cita de: Jabato en 25/05/2008, 05:15:18 am
>
> Bien, está claro que me refería al hecho de poder calcular el plano osculador en puntos distintos del (1,1,1), sin pretender por eso menospreciar lo que mostraste Phidias, de hecho puedes comprobar que me remití a lo expuesto por ti como aplicación de la teoría, unicamente expuse un método para obtener las paramétricas de la curva, ya que eso le planteaba algún problemilla a nuestro amigo. Solo eso.
>
> Saludos, Jabato.

Cierto Jabato, no lo entendí como menosprecio. De todas formas, gracias por la aclaración.

Saludos